

## [8] Aprendizagem em Áreas de Conhecimento: a Matemática – Aprendizagem dos Alunos e Desenvolvimento Profissional dos Professores

*João Pedro da Ponte*  
*Instituto de Educação da Universidade de Lisboa*

### Sumário

Este capítulo apresenta dois temas de investigação em educação matemática, importantes do ponto de vista da análise psicológica – a aprendizagem da Matemática por parte dos alunos dos diversos níveis de ensino e a formação e o desenvolvimento profissional do professor, para o exercício do seu papel profissional. Relativamente à aprendizagem dos alunos, referem-se trabalhos realizados em Portugal de inspiração cognitivista, sociocultural ou antropológica, trabalhos que focam a sua atenção em temas específicos de Matemática, como os números e operações, a álgebra, a estatística e as probabilidades, e ainda trabalhos centrados numa perspetiva curricular inovadora, em especial os que tomam por base tarefas desafiantes, de cunho exploratório e investigativo, bem como modos de trabalho na sala de aula que valorizam as interações sociais e a participação dos alunos no discurso. Relativamente aos professores, o capítulo dá atenção ao conceito de conhecimento profissional, em especial a um aspeto deste, o conhecimento didático. Refere, também, trabalhos relacionados com as práticas profissionais e com o desenvolvimento profissional do professor, em diferentes fases da sua carreira. No que respeita às práticas profissionais, destaca as tarefas que servem de ponto de partida às atividades de aprendizagem e também o modo como são geridas as interações sociais na sala de aula, com especial atenção aos momentos de discussão coletiva. Refere a relação entre a formação e o desenvolvimento profissional e aponta as potencialidades do trabalho colaborativo

envolvendo professores e investigadores, como forma de promover o desenvolvimento do conhecimento profissional do professor e também o conhecimento científico nesta área.

**Palavras-chave:** aprendizagem da matemática; contexto; interações sociais; aprendizagem de números e operações; sentido de número; aprendizagem da álgebra; pensamento algébrico; aprendizagem da estatística; aprendizagem das probabilidades; tarefas de exploração e investigação matemática; contrato didático; conhecimento profissional; conhecimento didático; práticas profissionais; desenvolvimento profissional; formação inicial; indução profissional; estudos colaborativos.

## Objetivos de aprendizagem

Após o estudo deste capítulo, deve conhecer-se a informação apresentada, evidenciando compreensão dos conceitos fundamentais subjacentes, destacando-se os seguintes objetivos específicos:

- Ser capaz de discutir os diferentes modos como o contexto, nos seus diversos aspetos, intervém na aprendizagem da matemática por parte dos alunos;
- Ser capaz de explicar a importância do desenvolvimento do sentido de número e do pensamento algébrico, e apontar as estratégias de ensino mais apropriadas para promover o seu desenvolvimento nos alunos;
- Conhecer as potencialidades das tarefas desafiantes, de cunho exploratório e investigativo, para a aprendizagem da Matemática, e indicar as condições da sua realização na sala de aula;
- Indicar as relações entre os conceitos de conhecimento profissional, conhecimento didático, práticas profissionais, desenvolvimento profissional e formação do professor;
- Indicar os principais fatores que influenciam a prática profissional do professor de Matemática e as condições que favorecem a sua transformação no sentido de desenvolver a capacidade de resolver problemas e de alcançar uma maior compreensão dos conceitos matemáticos por parte dos alunos;
- Saber discutir as potencialidades do trabalho colaborativo envolvendo professores e investigadores, tanto para o desenvolvimento profissional do pro-

fessor como para o desenvolvimento do conhecimento científico em educação matemática.

## Apresentação

A disciplina de Matemática constitui, desde há muito, um campo de estudo de grande interesse para a Psicologia da Educação. Para isso, contribui decisivamente a sua universalidade – trata-se de uma disciplina que, de uma forma ou de outra, existe nos sistemas educativos de todos os países, com um conteúdo e uma sequência de temas muito semelhante – e também a sua natureza –, uma vez que a Matemática permite delimitar de forma perceptível os conceitos e procedimentos que constituem o seu núcleo central.

Em Portugal, a existência de um campo de investigação em educação matemática é uma realidade recente. Os seus primeiros passos datam dos anos 80, com criação dos primeiros mestrados e grupos de investigação (ver Ponte, 1993). De então para cá, assistiu-se à renovação e consolidação dos grupos e à diversificação de instituições onde se fazem mestrados e doutoramentos em educação matemática e, também, onde se realizam projetos de investigação com alguma envergadura. Os estudos que resultam desta atividade dizem respeito a uma variedade de temas, com especial destaque para a aprendizagem da Matemática pelos alunos e também para o conhecimento profissional e a formação dos professores. São estes dois temas que constituem o essencial deste capítulo.

## Teorização: alguns estudos

### Estudos centrados nas aprendizagens dos alunos

A Associação de Professores de Matemática (1998) conduziu no final dos anos de 1990 um estudo, intitulado *Matemática 2001*, que incluía uma vertente sobre o rendimento escolar dos alunos. Este estudo mostra existir uma elevada taxa de insucesso no 3.º ciclo do ensino básico, situação que se viria a revelar ainda mais negativa a partir de 2005, quando se começaram a realizar os exames nacionais de Matemática do 9.º ano. Também no estudo internacional PISA (OCDE, 2004), os resultados dos alunos portugueses (média de 466 pontos) se revelaram insa-

tisfatórios, sendo claramente inferiores à média dos países da OCDE (500) e às médias de países como a Espanha (485), os EUA (483) ou a Federação Russa (468). Estudar as razões que estão na origem destes resultados constitui um sério desafio para os investigadores portugueses em educação matemática.

Reconhecemos três grandes tendências nos estudos realizados em Portugal, centrados nas aprendizagens dos alunos. Num primeiro grupo, temos trabalhos de inspiração cognitivista, sociocultural ou antropológica, num segundo grupo, os estudos centrados na aprendizagem de temas específicos e, num terceiro, os estudos que valorizam uma perspetiva curricular inovadora.

*Estudos de inspiração cognitivista, sociocultural ou antropológica.* Estes estudos dão especial atenção aos processos gerais e fatores que influenciam esses processos e que estão na base da aprendizagem da Matemática ou das dificuldades reveladas pelos alunos. Uma das ideias fortes destes estudos é a importância decisiva do contexto nas aprendizagens em Matemática e nos processos de resolução de problemas matemáticos. Assim, por exemplo, Carreira (1998) elaborou um modelo teórico semiótico, baseado no triângulo semiótico de Peirce, que se mostrou útil na compreensão dos processos de metaforização usados por alunos do 1.º ano do ensino superior na resolução de problemas de Matemática aplicados – ou seja, problemas formulados com referência a uma situação real que devem ser resolvidos usando conceitos e procedimentos matemáticos. A autora mostra que tais processos de metaforização podem ser vistos como determinantes na produção de significado para modelos e conceitos matemáticos. Neste caso, o aspeto salientado é o contexto em que são formulados os problemas, pelo seu papel da produção de significados por parte de quem resolve o problema.

Pelo seu lado, Núñez, Edwards e Matos (1999) discutem a aprendizagem e a cognição em Matemática como fenómenos situados e dependentes do contexto na perspetiva da cognição incorporada (*embodied cognition*). Na sua perspetiva, o facto de a cognição ser dependente do corpo sugere uma reconcetualização da cognição e da Matemática, tese que ilustram com uma discussão sobre a noção de função contínua. Usando metáforas concetuais, os autores mostram como a cognição incorporada fornece uma base para o carácter situado do conhecimento e é útil na análise das dificuldades conceptuais envolvendo a compreensão da continuidade. Num outro artigo de índole teórica, Matos (2000) discute igualmente uma perspetiva situada da aprendizagem, com base na noção de comunidade de prática, tendo em vista a análise da prática escolar em Matemática.

Nestes dois casos, assume especial importância o contexto físico e/ou social em que se situa a pessoa que resolve uma dada tarefa matemática.

Vários outros estudos sublinham a importância do contexto social e das interações entre os atores que ocorrem nesse contexto. Assim, por exemplo, centrando a sua atenção no interior da escola, Rodrigues (2000) analisa a importância das interações sociais na aprendizagem da Matemática por alunos do 2.º ciclo e Fernandes (2000) mostra a importância da apropriação de artefactos na Matemática escolar, nomeadamente para a compreensão matemática de alunos do 3.º ciclo. Centrando a sua atenção no exterior da escola, Moreira (2003) analisa a Matemática na educação familiar em grupos domésticos de baixa escolaridade e conclui que a instituição escolar deverá assumir formas de interação com os grupos sociais que permitam dialogar sobre novas práticas e mudanças pedagógicas, bem como sobre os novos tópicos do conhecimento matemático presentemente valorizados pela escola.

*Estudos centrados na aprendizagem de temas específicos de Matemática.* A ideia subjacente a estes trabalhos é a de que é necessário compreender os processos específicos de pensamento, relacionados com cada área da Matemática: números e operações, álgebra, geometria, estatística e probabilidades. Assume-se, portanto, que cada uma destas áreas assenta em conceitos próprios e envolve procedimentos e processos de trabalho que lhe são característicos e que é preciso compreender como os alunos realizam as suas aprendizagens em cada um deles. Assim, alguns destes estudos dizem respeito à aprendizagem dos números e operações, um tema de Matemática fundamental em todo o currículo escolar e especialmente proeminente no 1.º e 2.º ciclos. Neste campo, trabalhos de grande relevo são os produzidos pelo projeto *Desenvolvendo o Sentido de Número* (Brocardo & Serrazina, 2008; Castro & Rodrigues, 2008; Ferreira, 2008; Mendes & Delgado, 2008; Pinto & Monteiro, 2008; Rocha & Menino, 2008). Estes trabalhos, apoiados na perspectiva da «educação matemática realista» holandesa, mostram que os alunos desenvolvem estratégias próprias informais, para lidar com problemas numéricos dos mais diversos tipos, desenvolvendo processos matemáticos e algoritmos que podem ser formalizados e institucionalizados na sala de aula, através de discussões coletivas. A noção de sentido de número remete para uma compreensão geral dos números e das operações. Envolve, em especial, a capacidade e a disposição para utilizar o conhecimento dos números e das operações, de forma flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias eficazes para resolver problemas. Os estudos baseados neste conceito evidenciam

que, quando os alunos aprendem este tema por memorização sem compreensão, não desenvolvem o seu sentido de número, rapidamente esquecem essas aprendizagens e ficam muito limitados na sua capacidade de resolução de problemas. Mostram, também, que é possível desenvolver o sentido de número dos alunos, usando estratégias de ensino apropriadas.

Outros trabalhos debruçam-se igualmente sobre as aprendizagens dos alunos no campo dos números e das operações. É o caso do estudo de Valério (2005), que mostra que os alunos do 3.º ano de escolaridade utilizam representações próprias, nomeadamente elementos icónicos e esquemas, na resolução de situações problemáticas, indicando igualmente que a construção de representações e a sua formalização com compreensão evidencia as influências do professor, dos restantes alunos e de aprendizagens anteriores. Por outro lado, Monteiro e Pinto (2006) utilizam elementos teóricos e empíricos para analisar a aprendizagem dos números racionais, nomeadamente as dificuldades com que os alunos se deparam na sua compreensão das frações, os diferentes tipos de unidades e a sua passagem de estratégias informais para estratégias formais na resolução de problemas.

Recentemente, começaram a surgir estudos centrados na aprendizagem da álgebra, que constitui o núcleo central dos programas de Matemática no 3.º ciclo e no ensino secundário. Trata-se de um tema onde os alunos revelam, em regra, grandes dificuldades, e isto apesar da grande evolução que tem existido no ensino deste tópico no último século – em particular no que se refere às equações do 1.º (Ponte, 2004) e do 2.º grau (Ponte, Salvado, Fraga, Santos & Mosquito, 2007). Uma noção chave na aprendizagem da álgebra é a de «desenvolvimento do pensamento algébrico», entendido como a capacidade de formular generalizações e pensar em termos gerais sobre toda uma classe de objetos, usando um sistema simbólico baseado na linguagem algébrica. Os estudos realizados em Portugal mostram como uma abordagem exploratória, incluindo tarefas de natureza aberta, centradas no estudo de padrões e regularidades numéricas ou pictóricas, podem constituir uma via importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos (Ponte, Branco & Matos, 2009). Na verdade, diversas experiências de ensino baseadas nesta abordagem têm mostrado que este tipo de trabalho por parte dos alunos dá um contributo importante para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, da capacidade de generalização, da compreensão da noção de variável e para a apropriação da linguagem algébrica por parte dos alunos (Branco & Ponte, in press; Matos & Ponte, 2008; Silvestre & Ponte, 2008, in press).

Centrando a sua atenção em alunos do ensino secundário, Rocha (2002) analisa a utilização que eles fazem da calculadora gráfica nas aulas de Matemática, nomeadamente no estudo das funções, um conceito algébrico fundamental. Os resultados sugerem que os alunos possuem um conhecimento superficial sobre a calculadora, que, de resto, não valorizam, e que a usam essencialmente para traçar gráficos e resolver equações e inequações, com reduzido aproveitamento das potencialidades da tecnologia. A sua grande dificuldade é a interpretação da informação veiculada pela máquina. O modo como o uso das novas tecnologias influencia a aprendizagem é um dos temas que desde há muito vem sendo discutido em Portugal. A literatura de natureza profissional sublinha sobretudo as potencialidades destas tecnologias. No entanto, a investigação mostra que estas potencialidades não se traduzem necessariamente em efetiva aprendizagem dos alunos.

Ainda centrado na aprendizagem de temas específicos de Matemática, encontramos também diversos trabalhos dedicados às probabilidades e à estatística. É o caso do artigo de Brocardo e Mendes (2001), que analisa os processos usados por um aluno de 7.º ano na resolução de tarefas estatísticas envolvendo organização de dados, comunicação de informação, leitura e análise de dados e determinação de medidas de tendência central. As autoras concluem que várias das estratégias do aluno correspondem ao uso de um conjunto de procedimentos que prevalecem após o trabalho em torno do tema Estatística. Identificam, ainda, a tendência do aluno para compreender instrumentalmente vários conceitos estatísticos e a dificuldade em analisar, interpretar e comunicar informação. Numa outra investigação, Carvalho e César (2001) analisam o modo como os alunos resolvem problemas envolvendo os conceitos de média e mediana. A análise das respostas de 136 diádes a uma tarefa de Estatística revela que a maioria dos alunos não apresenta dificuldades no cálculo da média e da mediana. Contudo, uma análise de tipo qualitativo mostra que os argumentos que os alunos utilizam se situam em níveis diferentes de compreensão destes dois conceitos, estando a média mais frequentemente associada a um conhecimento relacional do que a mediana.

Pelo seu lado, Fernandes (2001) estuda as intuições probabilísticas em alunos dos 8.º e 11.º anos de escolaridade. Os resultados revelaram que os alunos de ambos os anos possuem intuições corretas na classificação de acontecimentos em certos, possíveis e impossíveis. Além disso, possuem intuições mais limitadas e primitivas sobre probabilidades em experiências compostas do que em

experiências simples. Curiosamente, os alunos do 8.º ano indicaram as suas respostas com maior confiança do que os do 11.º ano. Além disso, os alunos de ambos os anos depositaram maior confiança nas respostas corretas do que nas erradas, e a confiança nas respostas corretas é maior nos alunos com melhor desempenho em Matemática. Num outro trabalho apoiado numa revisão das teorias de Jean Piaget e Efraim Fischbein, Carvalho e Fernandes (2005) analisam o modo como o conceito de probabilidade evolui nos alunos, procurando retirar daí implicações para o trabalho a realizar na sala de aula. Comparando os currículos de vários países no que se refere ao ensino da estatística e das probabilidades, Ponte e Fonseca (2001) concluem que o programa português é dos mais tímidos neste domínio, propondo o estudo de um número mais reduzido de conceitos, representações e processos que os de outros países. Na perspetiva dos autores, isso pode explicar alguma fragilidade nas aprendizagens neste campo dos alunos portugueses.

*Estudos sobre o ensino numa perspetiva curricular inovadora.* Num terceiro grupo, temos diversos estudos que se preocupam sobretudo com a aprendizagem quando o ensino é realizado numa perspetiva curricular inovadora. Um dos elementos que informa as perspetivas curriculares é a natureza das atividades realizadas pelos alunos e, por consequência, das tarefas a propor pelo professor. Por exemplo, Segurado e Ponte (1998) apresentam o caso de um aluno do 6.º ano de escolaridade cujas conceções sobre a Matemática e cujos modos de trabalho são fortemente influenciados pelas suas experiências de trabalho investigativo envolvendo sobretudo situações de natureza numérica. Rocha e Ponte (2006) apresentam os casos de dois alunos do 3.º ciclo que também mostram um envolvimento muito significativo em tarefas de investigação matemática realizadas na sala de aula, com reflexos positivos na sua aprendizagem e na sua visão da Matemática. Noutro estudo, Jesus e Serrazina (2005) analisam o modo como atividades de natureza investigativa podem ser inseridas nas práticas escolares nos primeiros anos de escolaridade, promovendo o desenvolvimento nos alunos de capacidades como o raciocínio e a comunicação e permitindo-lhes aprofundar conhecimentos anteriormente estudados e apropriarem-se de novos conceitos. Pereira e Saraiva (2005), por seu lado, mostram como estas tarefas de investigação podem desempenhar um papel importante no ensino secundário, no ensino-aprendizagem das sucessões, promovendo nos alunos a compreensão de que existem diversas estratégias para resolver uma dada questão e levando-os a estabelecerem conexões matemáticas. Estes estudos sugerem que as tarefas de natureza aberta,



de cunho exploratório e/ou investigativo, constituem bons pontos de partida para a aprendizagem dos alunos, sobretudo quando existem oportunidades de trabalho em pequeno grupo, bem como momentos de discussão coletiva, com toda a turma, devidamente dirigidos pelo professor (Ponte, 2007). É importante, por um lado, apoiar os alunos de modo que estes persistam na resolução da tarefa e trabalhem produtivamente interagindo uns com os outros; mas, por outro lado, é fundamental que esse apoio não altere o nível cognitivo da tarefa, resolvendo diretamente as dificuldades do aluno e anulando desse modo todo o possível benefício em termos de aprendizagem.

Os aspetos curriculares inovadores estudados não se restringem à natureza das tarefas. Por exemplo, Félix (2005) explora as possibilidades da interdisciplinaridade, estudando o papel da expressão plástica na aprendizagem da Matemática de alunos do 1.º ano de escolaridade, evidenciando a diversidade de conceitos matemáticos identificados pelos próprios alunos, sendo as figuras geométricas e as linhas retas e curvas elementos predominantes nas suas composições. Pelo seu lado, César (2000) centra-se nas interações sociais na sala de aula. A autora descreve os resultados de um projeto, do 5.º ao 12.º ano, cujo objetivo era promover as interações entre pares na sala de aula de Matemática para desenvolver a autoestima dos alunos, promover uma atitude mais positiva face à Matemática, facilitar o seu desenvolvimento sociocognitivo e atingir sucesso escolar nesta disciplina. Os resultados mostram que é possível concretizar esta abordagem na sala de aula, desde que se efetuem diversas mudanças no contrato didático, ou seja, nas expectativas acerca dos objetivos a atingir e do papel a assumir na sala de aula por alunos e professores. Todos estes trabalhos mostram que, em determinadas condições, as perspetivas curriculares inovadoras postas em prática têm efetivo sucesso na promoção das aprendizagens dos alunos. Dado o facto de se tratar, na sua maior parte, de experiências em pequena escala, fica por saber em que medida são suscetíveis de uma utilização a nível de todo o sistema educativo e, caso afirmativo, que resultados poderão proporcionar em termos de aprendizagens dos alunos.

O currículo de Matemática é um dos fatores que, de um modo ou de outro, influencia a aprendizagem dos alunos. Por isso, são de assinalar diversas reflexões teóricas realizadas no campo do desenvolvimento curricular. Por exemplo, Abrantes (2001) apresenta e fundamenta uma proposta curricular para o ensino básico centrada nas noções de «competência» e de «Matemática para todos». Por seu lado, Guimarães (2005) passa em revista alguns dos marcos

que a orientação curricular da resolução de problemas percorreu em Portugal, Matos (2005) discute os pressupostos do programa de Matemática numa perspectiva crítica, e Serrazina e Oliveira (2005) analisam diversas perspectivas sobre a literacia matemática e discutem a sua relação com a noção de competência matemática. Finalmente, Ponte, Boavida, Canavarro, Guimarães, Oliveira, Guimarães, Brocardo, Santos, Serrazina e Saraiva (2006) analisam os programas de Matemática de diversos países europeus, terminando com um conjunto de recomendações para a mudança curricular em Portugal, muitas das quais viriam a enformar decisivamente o programa de Matemática do ensino básico de 2007.

Outro fator decisivo para a aprendizagem é a avaliação das aprendizagens dos alunos. Assim, Santos (2003, 2005) analisa a evolução da avaliação em Portugal em diversos documentos orientadores e nas práticas profissionais dos professores, evidenciando diferentes conceitos de avaliação, que acompanham as grandes tendências nesta área, com destaque para o papel central da avaliação formativa e reguladora.

*Síntese.* Os estudos realizados sobre as aprendizagens dos alunos mostram a importância dos contextos de aprendizagem. Os contextos onde os alunos se envolvem em atividade significativa, interagindo com os colegas e o professor, participando com protagonismo no discurso da sala de aula, no quadro de tarefas motivadoras e desafiantes, que, dirigidas de forma apropriada, tendem a proporcionar uma aprendizagem mais consistente, mais profunda e mais resistente à erosão do tempo. Conhecem-se hoje já com grande detalhe as dificuldades que os alunos manifestam em todos os temas dos programas, as estratégias de pensamento intuitivas e o modo como podem evoluir para processos mais formais. Tudo isto constitui conhecimentos importantes tanto para a elaboração de novos programas, como de materiais didáticos, como ainda de programas de formação inicial e contínua de professores.

### Estudos centrados no professor

Um outro domínio de investigação onde têm sido realizados muitos trabalhos em educação matemática em Portugal diz respeito ao conhecimento profissional do professor de Matemática e à sua formação e desenvolvimento profissional. De facto, uma faceta marcante da educação matemática portuguesa é a grande atenção que se tem dado ao professor e à investigação sobre o seu

conhecimento e as suas práticas profissionais, bem como aos seus processos de desenvolvimento.

*Estudos sobre o conhecimento profissional e o desenvolvimento do professor.* A investigação centrou-se, no seu início, no professor em serviço, procurando identificar e compreender o seu conhecimento profissional. Muito deste trabalho tem por base a ideia que o conhecimento profissional está indissociavelmente ligado à prática profissional no dia a dia. Trata-se de um conhecimento que envolve uma vertente artística na resolução dos problemas postos por essa mesma prática, que são extremamente complexos e irreduzíveis aos pressupostos da racionalidade técnica. Um trabalho que representa muito bem esta perspetiva, valorizando em especial um aspeto do conhecimento profissional – o conhecimento didático, relativo à sua prática letiva de ensino da Matemática – é o de Guimarães (1999). Neste estudo, tal como em muitos outros realizados em Portugal, concetualiza-se o conhecimento didático como um conhecimento orientado para a prática letiva, que envolve as tarefas e representações mais eficazes para o ensino de cada tema, mas também um conhecimento das dificuldades de aprendizagem e das estratégias de raciocínio dos alunos. Trata-se de uma noção em certa medida próxima do que em língua inglesa se designa frequentemente por «pedagogical content knowledge» (Shulman, 1986), mas que enfatiza mais a ligação deste conhecimento e a prática profissional quotidiana do professor.

Num outro artigo, Santos e Ponte (2002) descrevem o conhecimento de um grupo de professoras do ensino secundário como estreitamente ligado à resolução de problemas de natureza profissional – sendo alguns desses problemas ligados diretamente à Matemática, outros de cunho didático e outros remetendo para aspetos de natureza institucional. Neste estudo, como em muitos outros estudos realizados em Portugal, o conhecimento didático assume um caráter fortemente ligado à prática profissional e daí a recusa em encará-lo como conhecimento declarativo ou formal, como por vezes acontece em algumas investigações. O conhecimento didático que os professores «deveriam ter» é muitas vezes determinado por extrapolação de resultados obtidos por investigadores académicos (sejam eles educadores matemáticos ou não), muitos dos quais sem qualquer contacto direto com professores. Em Portugal, pelo contrário, o conhecimento didático tem sido fortemente associado ao exercício profissional, em vez de ser visto como um conhecimento produzido por especialistas exteriores à profissão. Trabalhando em estreita ligação com profissionais experientes, assume-se que o

conhecimento didático já existe associado às práticas desses professores, evolui com as condições sociais e as orientações curriculares e pode ser desenvolvido em projetos de colaboração envolvendo investigadores e professores.

O interesse pelo conhecimento profissional levou naturalmente a considerar os processos de formação e desenvolvimento profissional do professor. Por exemplo, Santos (2000) documenta os problemas com que o professor se depara ao procurar introduzir tecnologias de informação em comunicação (TIC) nas suas práticas. A autora concluiu que o professor necessita de mudar a perspetiva sobre o seu trabalho, no sentido de, para além de apresentar conceitos e propor tarefas aos alunos, passar a ser sobretudo um dinamizador das atividades e desenvolver a sua capacidade de lidar com o imprevisto. Noutro estudo, Ribeiro e Ponte (2000) mostram a reduzida eficácia dos modelos usuais de formação, assentes sobretudo numa perspetiva «escolar» de aprendizagem desligada das práticas e do funcionamento da escola como instituição. E, finalmente, Guimarães (2006) discute em profundidade o conceito de desenvolvimento do professor, articulando as suas vertentes pessoal e profissional num todo integrado. Do conjunto destes trabalhos emerge uma perspetiva segundo a qual o professor é o agente essencial do seu próprio desenvolvimento profissional. No entanto, este desenvolvimento pode ser significativamente facilitado por um contexto institucional escolar onde esta formação é valorizada e onde se materializam oportunidades de formação ajustadas aos seus interesses e necessidades. De especial alcance é a formação que se desenrola em estreita ligação com a prática profissional – proporcionando oportunidades para pôr em práticas ideias inovadoras e para refletir sobre os seus resultados e as condições em que podem ser implementadas com sucesso na sala de aula.

*Estudos sobre as práticas profissionais.* Esta conceção do conhecimento profissional – em particular do conhecimento didático – como um conhecimento orientado para a prática levou a investigação a dar uma importância cada vez maior às práticas profissionais. Estas estão naturalmente associadas às ações realizadas regularmente pelo professor na sua atividade quotidiana, mas só são compreensíveis quando se tem em atenção o contexto institucional de trabalho do professor e as intenções com que ele as realiza.

Vários estudos neste domínio procuram conhecer como são as práticas profissionais dos professores em Portugal. Por exemplo, Ponte e Santos (1998) analisam as práticas letivas de professoras de Matemática do 3.º ciclo e do ensino secundário, num contexto de reforma curricular, mostrando que existem profes-

sores que se identificam com as novas orientações curriculares (neste caso, dos programas de 1991), mas prosseguem uma prática muito semelhante à anterior. Na mesma linha, Canavaro (2005) analisa as práticas curriculares de uma professora de Matemática de 2.º ciclo, focando tanto o processo de desenvolvimento curricular no seio do seu grupo disciplinar como o respetivo conteúdo. Identifica diversos obstáculos sentidos pelo grupo à concretização da inovação curricular que afirmavam desejar, nomeadamente, em lidar com o conceito de «competência matemática». Noutro estudo, Graça (2003) estuda a relação entre as concepções e as práticas de três professores de Matemática na avaliação da resolução de problemas e sublinha que este processo se reveste de grande complexidade, mesmo para professores com reconhecida experiência.

O estudo de diagnóstico da situação portuguesa, *Matemática 2001* (APM, 1998), realizado por iniciativa da Associação de Professores de Matemática e que envolveu uma vasta equipa de professores e investigadores, dá importantes indicações sobre as concepções, as práticas profissionais e as condições de trabalho dos professores. Num outro artigo, Ponte e Serrazina (2004) passam em revista e integram o conhecimento resultante de diversos estudos sobre práticas profissionais dos professores de Matemática em Portugal. Os autores concluem que as práticas atuais dos professores são ainda marcadas por um estilo de ensino predominantemente expositivo, baseado na resolução de exercícios e que pouco recorre a materiais para além do quadro, giz e manual escolar. Indicam também que prevalece uma comunicação unidirecional, uma preocupação essencialmente sumativa na avaliação, um estilo de trabalho individualista e uma formação desligada das práticas letivas. No entanto, referem também que existem sinais de novas práticas, incluindo a diversificação de tarefas, uma comunicação mais partilhada, uma maior saliência dos aspetos formativos da avaliação e um reconhecimento do valor da colaboração profissional.

Alguns estudos realizados com professores assumem um cunho colaborativo, com a intenção de conhecer não só as práticas existentes mas também as atividades e os dispositivos que podem contribuir para a sua transformação numa perspetiva curricular inovadora. Assim, Serrazina (1999) mostra como um trabalho continuado de reflexão com professoras do 1.º ciclo, num contexto de reforma curricular, pode levar a uma evolução muito significativa no seu conhecimento matemático e didático e nas suas práticas letivas. O mesmo ressalta de um estudo de Menezes e Ponte (2006), que evidencia as potencialidades formativas de um trabalho colaborativo envolvendo um investigador e vários professores do 1.º

ciclo, orientado para promover a reflexão e a investigação dos professores sobre a sua própria prática profissional, com ênfase neste caso no processo de comunicação na sala de aula. Saraiva e Ponte (2003) mostram como o trabalho colaborativo envolvendo um investigador e um pequeno grupo de professores de Matemática do ensino secundário, desenvolvido também num contexto de inovação curricular e valorizando a observação e reflexão sobre as aulas, se constitui num fator de desenvolvimento profissional. Outro trabalho de índole colaborativa realizado por Boavida (2006) com duas professoras do 3.º ciclo, tendo como foco a argumentação na aula de Matemática, mostra o surgimento de novas perspectivas sobre este processo e sobre o modo de promover as capacidades de argumentação e comunicação dos alunos. Segundo a autora, este trabalho evidencia também o desenvolvimento da capacidade de reflexão crítica das professoras sobre a sua própria prática e o aprofundamento do seu conhecimento teórico, o seu conhecimento didático e o conhecimento de si mesmas.

O trabalho colaborativo envolvendo professores e investigadores permite aproximar estes dois tipos de atores. Torna assim possível aos investigadores um conhecimento muito mais aprofundado dos significados que os professores atribuem aos diversos aspetos da sua prática e as restrições que sentem na sua realização, e também na sua transformação. Torna possível aos professores um alargamento de perspectivas, dado o contacto com novos tipos de tarefa, de materiais e de modos de trabalho na sala de aula, e também pelo desafio que lhes é frequentemente colocado sobre as suas certezas, conceções e modos de agir. Este trabalho é particularmente produtivo no quadro da realização de projetos de transformação da prática profissional. Para que tenha êxito, é necessário o desenvolvimento de uma cultura de colaboração, baseada numa cuidadosa organização de responsabilidades e tarefas e uma equilibrada distribuição dos poderes, mas também numa relação de trabalho muito própria marcada pelo reconhecimento da diferença, pela partilha e pelo cuidado. Exemplos de trabalhos de índole colaborativa, relativos à prática profissional do professor, ao seu papel no desenvolvimento curricular e no quadro de projetos de escola podem encontrar-se em GTI (2002, 2005, 2008).

Dentro das diversas perspectivas curriculares inovadoras, como se referiu acima, assume particular destaque em Portugal a proposta de tarefas desafiantes, como as investigações e explorações matemáticas. Trata-se de tarefas que propõem a exploração de uma situação onde alguns elementos estão já definidos, mas onde os alunos podem formular as suas próprias questões e seguir as

suas estratégias de raciocínio. Os alunos são aqui chamados a formular conjecturas, a testá-las e reformulá-las, a argumentá-las e mesmo demonstrá-las. Num estudo, Oliveira (1998) mostra como duas professoras valorizam as atividades de investigação pela sua proximidade com a atividade matemática autêntica. No entanto, devido a vários constrangimentos, veem dificuldade na sua integração curricular e confrontam-se com tensões na sua realização, no que se refere ao apoio a conceder ao aluno, ao lugar da justificação e da prova matemáticas e também na condução de discussões na sala de aula. Noutro trabalho, Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas e Ferreira (1998) discutem as implicações da realização de investigações matemáticas no trabalho do professor numa sala de aula, evidenciando como este é muito mais sofisticado que a condução de atividade rotineira (como a apresentação de exemplos e a resolução de exercícios) e como envolve tanto aspetos matemáticos relacionados com a natureza problemática e desafiante das tarefas – que colocam com frequência situações imprevistas que obrigam o professor a raciocinar matematicamente – como aspetos didáticos relacionados com o desafio, o apoio e a avaliação do progresso dos alunos. Um balanço do trabalho realizado em Portugal neste campo, e da sua relação com o currículo e as práticas profissionais dos professores, encontra-se em Ponte (2007).

Um dos aspetos das práticas profissionais do professor que se tem salientado nos estudos mais recentes é o modo como conduz a comunicação na sala de aula (Ponte, Guerreiro, Cunha, Duarte, Martinho, Martins, Menezes, Menino, Pinto, Santos, Varandas, Veia & Viseu, 2007). Neste campo, assumem particular importância os momentos de discussão coletiva, em que os alunos são encorajados a apresentar aos seus colegas o modo como resolveram os problemas e a justificar os seus raciocínios. Estes momentos de discussão propiciam o surgimento de situações de argumentação matemática, em que se analisam estratégias e se aceitam ou rejeitam afirmações, com base nos seus fundamentos lógicos e matemáticos.

Também com uma preocupação de renovação das práticas de ensino, mas numa outra perspetiva, Ferreira e Rich (2001) indicam possíveis benefícios da integração da História da Matemática no ensino desta disciplina e referem objeções e possíveis barreiras, tendo por base uma ampla revisão de literatura. Discutem também diversas formas de fazer essa integração e apresentam recursos e referências para os professores que pretendem realizar esse trabalho.

*Estudos sobre a formação inicial e a indução profissional do jovem professor.* Outro conjunto de estudos diz respeito à formação inicial dos professores e aos primei-

ros anos de exercício profissional. Alguns desses estudos têm por foco o conhecimento e as dificuldades dos futuros professores. Assim, por exemplo, Gomes e Ralha (2005) focam-se no conhecimento do conceito de ângulo por parte de futuros professores do 1.º ciclo e, perante as dificuldades evidenciadas, questionam o significado que eles construíram desse conceito. Noutro estudo, Sousa e Fernandes (2004) analisam as dificuldades sentidas na prática por professores estagiários de Matemática do 3.º ciclo e secundário, sugerindo que estes têm uma imagem negativa relativamente à sua formação académica anterior, que consideram muito teórica, insuficiente e desajustada da realidade. Os artigos de Delgado e Ponte (2004) e Fidalgo e Ponte (2004) analisam a reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de futuras professoras do 1.º ciclo do ensino básico, durante a fase de iniciação à prática profissional. Delgado e Ponte (2004) indicam que as experiências anteriores das futuras professoras com a Matemática influenciam o trabalho que realizam com os seus alunos. As dificuldades que revelam em colocar em prática algumas das suas intenções parecem resultar em grande parte do seu fraco conhecimento matemático, como sobressai nas situações imprevistas que surgem na sala de aula e nos momentos de reflexão sobre a prática. Pelo seu lado, Fidalgo e Ponte (2004) mostram dois casos de formandos que propõem aos alunos tarefas matemáticas não rotineiras, desafiantes e orientadas para a exploração e descoberta. No entanto, os futuros professores não mostram concretizar na prática o que mais valorizam em termos das interações comunicativas e do uso de novas tecnologias e de materiais manipuláveis, sugerindo que, para além da adesão racional a certas orientações, é necessário que os cursos de formação inicial de professores se preocupem em dotar os futuros professores da capacidade efetiva de as pôr em prática.

Outros estudos exploram formas de melhorar as práticas de formação inicial. Por exemplo, Ponte e Brunheira (2001) analisam o trabalho realizado numa disciplina frequentada por futuros professores do 3.º ciclo e do ensino secundário no ano anterior ao estágio pedagógico, que os levam a identificar aspetos da realidade escolar, a observar e questionar, recolher dados, apresentar conjeturas e tirar conclusões. Os autores consideram que isto ajuda os formandos a desenvolverem um discurso profissional e a assumirem uma identidade profissional. Consideram, ainda, que essas experiências pessoais, vividas na escola, favorecem a análise por parte dos futuros professores dos fenómenos relacionados com a prática profissional do ensino da Matemática. Por sua vez, Martins (2004) analisa as potencialidades e limitações do uso de portefólios como instrumentos de



suporte à reflexão na formação inicial de professores de Matemática, mostrando que o uso deste recurso pode ajudar ao desenvolvimento da capacidade de reflexão e favorecer a comunicação entre o estagiário e o supervisor.

Outros estudos, ainda, analisam a fase inicial de inserção dos novos professores. Por exemplo, Serrazina e Oliveira (2002) analisam o modo como os novos professores do 1.º ciclo vivem os primeiros anos de profissão. Consideram que, dada a grande diversidade social dos alunos, é urgente introduzir na formação inicial a análise e discussão de diferentes casos, bem como aspetos referentes às relações escola/família, e salientam a importância de que seja dado um apoio efetivo aos novos professores quando entram no sistema. Por sua vez, Ponte e outros (2007) indicam que jovens professores, de diversos níveis de ensino, recém-diplomados por instituições de formação inicial, tendem a ver a comunicação como um suporte de um ambiente geral que pode favorecer a aprendizagem. No entanto, indicam ser poucos aqueles que identificam a comunicação como um objetivo curricular importante da Matemática e que apontam estratégias consistentes para a promover, tanto na sua vertente oral como na sua vertente escrita, e ainda menos são os que apontam a comunicação como um processo fundamental para o desenvolvimento de significados matemáticos por parte dos alunos. Noutro artigo com origem no mesmo projeto, Santos e outros (in press) analisam o conhecimento profissional sobre os alunos de jovens professores e indicam que estes tendem a ter elevadas expectativas sobre o desempenho dos seus alunos. No entanto, apontam dificuldades de aprendizagem, sobretudo em aspetos de natureza transversal, como a linguagem matemática, o raciocínio e a resolução de problemas. Referenciam a diversidade entre os alunos, que tendem a ver como uma dificuldade para o processo de ensino-aprendizagem. Por outro lado, Oliveira (2004) debruça-se sobre os percursos de identidade do professor de Matemática do 3.º ciclo mostrando que este se vai constituindo através de um processo idiossincrático, complexo e multidimensional, no qual a biografia tem um papel importante. Apresenta os casos de duas professoras com a mesma formação inicial, que ambas valorizam, mas acabam por desenvolver identidades profissionais distintas, em consequência de essa formação ser compreendida e vivida de formas diferentes. A autora indica que a formação inicial pode interpelar significativamente alguns jovens, de formas diversas. Mostra, assim, que o contributo da formação inicial, embora importante, acaba por ser fortemente condicionado por numerosos outros fatores.

É ainda de referir que as possibilidades e implicações das tecnologias de informação e comunicação na formação de professores de Matemática têm sido objeto de atenção, tanto em termos gerais (Ponte, 2000) como no que se refere à formação inicial (Ponte, Oliveira & Varandas, 2002) e a programas de formação contínua (Ponte & Santos, 2005). Estes estudos sugerem que tais tecnologias têm efetivamente grandes potencialidades para a formação de professores, mas são recebidas e apropriadas de forma muito diversa pelos formandos, o que torna particularmente importante o papel do formador, que tem de saber interpretar as necessidades e os interesses dos formandos e ir ao encontro deles, de modo que possibilitem uma transformação das práticas profissionais.

*Síntese.* Os estudos sobre o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor mostram que este constrói o seu conhecimento profissional a partir de múltiplas experiências, a partir das suas vivências escolares como aluno, da sua formação inicial e da integração no grupo profissional, com destaque para os primeiros anos de carreira. O conhecimento profissional do professor está orientado para a sua prática, monitorizando as atividades de rotina e enfrentando uma multiplicidade de problemas profissionais. O conhecimento profissional tem uma natureza distinta da do conhecimento académico e está orientado para o prosseguimento de outro tipo de objetivos. No entanto, ambos os tipos de conhecimento podem articular-se e desenvolver-se, em especial no quadro de projetos colaborativos, envolvendo professores dos diversos níveis de ensino e investigadores. Deste modo, novas perspetivas têm vindo a desenvolver-se sobre as possibilidades de trabalho dentro da sala de aula de Matemática e sobre os contextos profissionais que podem servir de suporte ao desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

## Aplicação: atividades práticas

### Atividade 1

Identifique, num dos estudos de inspiração cognitivista, sociocultural e antropológica, os principais conceitos teóricos em que se baseia o trabalho e os autores internacionais que tiveram um papel decisivo no respetivo desenvolvimento.

**Atividade 2**

Identifique artigos de investigação internacionais sobre o «*number sense*», relacionados com a aprendizagem de números naturais e as operações de multiplicação e divisão. Compare os problemas estudados nesses artigos e em artigos portugueses sobre o mesmo tema, bem como as respetivas conclusões e implicações. Que pontos de convergência e de divergência identifica?

**Atividade 3**

Identifique artigos portugueses de investigação envolvendo experiências de ensino com tarefas de investigação e exploração. Analise os resultados obtidos nesses estudos e discuta as possíveis vantagens e desvantagens dessas tarefas em contraste com os exercícios rotineiros.

**Atividade 4**

Procure um artigo de investigação baseado no conceito de *pedagogical content knowledge*. Compare esse conceito com o conceito de «conhecimento didático» apresentado neste capítulo, destacando aspetos de convergência e de divergência.

**Atividade 5**

Atividades de formação contínua podem dar contributos importantes para o desenvolvimento profissional do professor. No entanto, com frequência, falham esse objetivo, acabando por ter efeitos reduzidos, tanto no professor enquanto pessoa como nas suas práticas profissionais. Elabore uma lista com os principais problemas que podem afetar o alcance das ações de formação contínua.

**Atividade 6**

Diversos autores consideram que a chave da formação de professores poderá estar na articulação (entre os momentos e os atores) da formação inicial, contínua e pós-graduada. Apresente um possível modelo de tal articulação, indicando os seus possíveis pontos fortes e pontos fracos.

**Atividade 7**

Tendo em conta as dimensões teóricas descritas neste capítulo, sistematize três variáveis que, em seu entender, mais poderão estar significativamente relacionadas com o envolvimento dos alunos na escola.

### Atividade 8

No âmbito da planificação de um estudo de natureza quase-experimental, descreva os principais elementos de um programa de promoção do envolvimento dos alunos na escola, atendendo aos conceitos estudados neste capítulo.

### Leituras sugeridas

Para além dos trabalhos referidos ao longo da sistematização da informação deste capítulo e apresentados nas referências bibliográficas, podem consultar-se, para aprofundamento do tema, as seguintes referências:

- Brocardo, Serrazina e Rocha (2008). (Eds.), para uma compilação de trabalhos sobre as aprendizagens dos alunos portugueses no campo dos números e operações.
- Ponte, Branco e Matos (2009), para uma sistematização das dificuldades e estratégias de pensamento dos alunos e opções didáticas do professor no ensino da Álgebra.
- Ponte, Matos e Abrantes (1998), para uma apresentação detalhada da investigação realizada em educação matemática em Portugal nos anos 80 e primeira metade dos anos 90.

### Referências

- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 127-143.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Boavida, A. (2006). Colaborando a propósito da argumentação na aula de Matemática. *Quadrante*, 15(1-2), 65-94.
- Branco, N., & Ponte, J. P. (In press). Das regularidades às equações: Uma proposta pedagógica para a aprendizagem da Álgebra. *Têoria e Prática da Educação*.
- Brocardo, J., & Mendes, F. (2001). Processos usados na resolução de tarefas estatísticas. *Quadrante*, 10(1), 33-58.

- Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O sentido do número no currículo de Matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e exigências curriculares* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.
- Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Eds.). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspetivas e exigências curriculares*. Lisboa: Escolar Editora.
- Canavarro, A. P. (2005). O currículo do ensino básico em Matemática em Portugal: Caminhos e encruzilhadas. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação Matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 43-68). Lisboa: APM.
- Carreira, S. (1998). Do triângulo ao trapézio semiótico: Uma análise do pensamento metafórico em problemas de aplicação da matemática. *Quadrante*, 7(1), 44-54.
- Carvalho, C., & César, M. (2001). Interações entre pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional. *Quadrante*, 10(1), 3-32.
- Carvalho, C., & Fernandes, J. A. (2005). Revisitando o conceito de probabilidade com um olhar da psicologia. *Quadrante*, 14(2), 71-88.
- Castro, J., & Rodrigues, M. (2008). O sentido do número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e exigências curriculares* (pp. 117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- César, M. (2000). Interações sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: A investigação contextualizada. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 5-46). Lisboa: SEM-SPCE.
- Delgado, C., & Ponte, J. P. (2004). A reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de três futuras professoras do 1.º ciclo do ensino básico. *Quadrante*, 13(1), 31-61.
- Félix, S. (2005). A Matemática na expressão plástica. *Quadrante*, 14(1), 67-88.
- Fernandes, E. (2000). Fazer Matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo: A apropriação de artefactos na Matemática escolar. *Quadrante*, 9(1), 59-86.
- Fernandes, J. A. (2001). Intuições probabilísticas em alunos do 8.º e 11.º anos de escolaridade. *Quadrante*, 10(2), 3-32.
- Ferreira, E. (2008). A adição e subtração no contexto do sentido do número. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e exigências curriculares* (pp. 135-157). Lisboa: Escolar Editora.

- Ferreira, R. A. T., & Rich, B. S. (2001). Integrating history of mathematics into the mathematics classroom *Quadrante*, 10(2), 67-96.
- Fidalgo, A., & Ponte, J. P. (2004). Conceções, práticas e reflexão de futuros professores do 1.º ciclo do ensino básico sobre o ensino da Matemática. *Quadrante*, 13(1), 5-29.
- Gomes, A., & Ralha, E. (2005). O conceito de ângulo: Experiências e reflexões sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. *Quadrante*, 14(1), 109-132.
- Graça, M. (2003). Avaliação da resolução de problemas: Que relação entre as conceções e as práticas letivas dos professores? *Quadrante*, 12(1), 53-73.
- GTI (Ed.). (2002). *Refletir e Investigar sobre a Prática Profissional*. Lisboa: APM.
- GTI (Ed.). (2005). *O Professor e o Desenvolvimento Curricular*. Lisboa: APM.
- GTI (Ed.). (2008). *O Professor de Matemática e os Projetos de Escola*. Lisboa: APM.
- Guimarães, F. (1999). O conteúdo do conhecimento profissional de duas professoras de Matemática. *Quadrante*, 8(1-2), 5-32.
- Guimarães, F. (2006). Como se pensa hoje o desenvolvimento do professor? *Quadrante*, 15(1-2), 169-193.
- Guimarães, H. M. (2005). A resolução de problemas no ensino da Matemática: Alguns passos do seu percurso no discurso curricular em Portugal. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação Matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 275-279). Lisboa: APM.
- Jesus, A. M., & Serrazina, L. (2005). Atividades de natureza investigativa nos primeiros anos de escolaridade. *Quadrante*, 14(1), 3-35.
- Matos, A., & Ponte, J. P. (2008). O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *RELIME*, 11(2), 195-231.
- Matos, J. F. (2000). Aprendizagem e prática social: Contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem Matemática escolar. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 65-94). Lisboa: SEM-SPCE.
- Matos, J. F. (2005). Matemática, educação e desenvolvimento social: Questionando mitos que sustentam opções atuais em desenvolvimento curricular em Matemática. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação Matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 69-81). Lisboa: APM.
- Martins, C. (2004). O uso de *portfolios* na formação inicial de professores de Matemática. *Quadrante*, 13(1), 63-89.

- Mendes, F., & Delgado, C. (2008). A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do sentido do número. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e exigências curriculares* (pp. 159-182). Lisboa: Escolar Editora.
- Menezes, L., & Ponte, J. P. (2006). Da reflexão à investigação: Percursos de desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo na área de Matemática. *Quadrante*, 15(1-2), 3-32.
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2006). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, 14(1), 89-108.
- Moreira, D. (2003). A Matemática na educação familiar: Memórias escolares, ideias sobre a Matemática e relação educativa em grupos domésticos de baixa escolaridade. *Quadrante*, 12(2), 3-24.
- Núñez, R., Edwards, L. D., & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as a grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1-3).
- OCDE (2004). *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003*. Paris: OCDE.
- Oliveira, H. (1998). Vivências de duas professoras com as atividades de investigação. *Quadrante*, 7(2), 71-98.
- Oliveira, H. (2004). Percursos de identidade do professor de Matemática: O contributo da formação inicial. *Quadrante*, 13(1), 115-145.
- Pereira, M., & Saraiva, M. J. (2005). A integração de tarefas de investigação no ensino e na aprendizagem das sucessões. *Quadrante*, 14(2), 43-69.
- Pinto, H., & Monteiro, C. (2008). A divisão de números racionais. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e exigências curriculares* (pp. 201-219). Lisboa: Escolar Editora.
- Ponte, J. P. (1993). A educação matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação. *Quadrante*, 2(2), 95-126.
- Ponte, J. P. (2000). Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: Que desafios? *Revista Ibero-Americana de Educación*, 24, 63-90.
- Ponte, J. P. (2004b). As equações nos manuais escolares. *Revista Brasileira de História da Matemática*, 4(8), 149-170.
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM*, 39(5-6), 419-430.
- Ponte, J. P., Boavida, A. M., Canavarro, A. P., Guimarães, F., Oliveira, H., Guimarães, H. M., Brocardo, J., Santos, L., Serrazina, L., & Saraiva, M.

- (2006). *Programas de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico: Um estudo confrontando Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal*. Lisboa: Centro de Investigação em Educação.
- Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Ponte, J. P., & Brunheira, L. (2001). Analysing practice in preservice mathematics teacher education. *Mathematics Teacher Education and Development*, 3, 16-27.
- Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística: Análise comparativa de três países. *Quadrante*, 10(1), 93-132.
- Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L., & Viseu, L. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39-74.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7(2), 41-70.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (2002). Development of preservice mathematics teachers' professional knowledge and identity working with information and communication technology. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 93-115.
- Ponte, J. P., Salvado, C., Fraga, A., Santos, T., & Mosquito, E. (2007). Equações do 2.º grau do fim do século XIX ao início do século XXI: Uma análise de sete manuais escolares. *Quadrante*, 16(1), 111-145.
- Ponte, J. P., & Santos, L. (2005). A distance in-service teacher education setting focused on mathematics investigations: The role of reflection and collaboration. *Interactive Educational Multimedia*, 11, 1-22. (retirado de <http://www.ub.es/multimedia/iem/> em 21.Fev.2006)
- Ponte, J. P., & Santos, L. (1998). Práticas letivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7(1), 3-33.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). As práticas dos professores de Matemática em Portugal. *Educação e Matemática*, 80, 8-12.
- Ribeiro, M. J. B., & Ponte, J. P. (2000). A formação em novas tecnologias e as conceções e práticas dos professores de Matemática. *Quadrante*, 9(2), 3-26.



- Rocha, A., & Ponte, J. P. (2006). Aprender Matemática investigando. *Zetetiké*, 14(26), 29-54.
- Rocha, H. (2002). A utilização que os alunos fazem da calculadora gráfica nas aulas de Matemática. *Quadrante*, 11(2), 3-28.
- Rocha, I., & Menino, H. (2008). A aprendizagem da divisão nos primeiros anos, perspectivas metodológicas e curriculares. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e exigências curriculares* (pp. 183-199). Lisboa: Escolar Editora.
- Rodrigues, M. (2000). Interações sociais na aprendizagem da Matemática. *Quadrante*, 9(1), 3-48.
- Santos, E. (2000). O computador e o professor: Um contributo para o conhecimento das culturas profissionais dos professores. *Quadrante*, 9(2), 55-81.
- Santos, L. (2003). A avaliação em documentos orientadores para o ensino da Matemática: Uma análise sucinta. *Quadrante*, 12(1), 7-20.
- Santos, L. (2005). A avaliação das aprendizagens em Matemática: Um olhar sobre o seu percurso. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação Matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 169-187). Lisboa: APM.
- Santos, L., Moreira, D., Menezes, L., Oliveira, I., Ponte, J. P. d., Martins, C., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Pinto, H., Menino, H., Varandas, J. M., Veia, L., Viseu, F. (in press). Conhecimento profissional do jovem professor de Matemática sobre os alunos. *Revista de Educação*.
- Santos, L., & Ponte, J. P. (2002). A prática letiva como atividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário. *Quadrante*, 11(2), 29-54.
- Saraiva, M., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12(2), 25-52.
- Segurado, I., & Ponte, J. P. (1998). Concepções sobre a Matemática e trabalho investigativo. *Quadrante*, 7(2), 5-40.
- Serrazina, M. L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas letivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1.º ciclo. *Quadrante*, 8(1-2), 139-168.
- Serrazina, M. L., & Oliveira, I. (2002). Novos professores: Primeiros anos de profissão. *Quadrante*, 11(2), 55-73.
- Serrazina, M. L., & Oliveira, I. (2005). O currículo de Matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática. In GTI (Ed.), *O Professor e o Desenvolvimento Curricular* (pp. 35-62). Lisboa: APM.

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Silvestre, A. I., & Ponte, J. P. (2008). Tarefas de investigação e novas tecnologias no ensino da proporcionalidade. *Educação e Cultura Contemporânea*, 5(10).
- Silvestre, A. I., & Ponte, J. P. (in press). Uma experiência de ensino visando o desenvolvimento do raciocínio proporcional. *Revista da Universidade de Antioquia, Colômbia*.
- Sousa, M. V., & Fernandes, J. A. (2004). Dificuldades de professores estagiários de Matemática e sua relação com a formação inicial. *Quadrante*, 13(1), 91-144.
- Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1.º ano. *Quadrante*, 14(1), 37-66.